

2.11.6 Objem a povrch hranolu II

Předpoklady: 021105

Př. 1: Mirka chce na zahradu nechat vyrobit a zakopat krychlovou nádrž na dešťovou vodu. Urči hranu této krychle, pokud má mít objem 5 m^3 .

Objem krychle $V = a^3 \quad \sqrt[3]{}$

$$a = \sqrt[3]{V} = \sqrt[3]{5} \text{ m} = 1,71 \text{ m}$$

Hrana nádrže bude mít délku 1,71 m.

Př. 2: Kát'a se rozhodla vybetonovat chodník u svého rodinného domku. Chodník je dlouhý 15 m a široký 1,5 m. Vrstva betonu musí mít tloušťku 15 cm. Kolik zaplatí za beton, pokud jeden kubík stojí 1650 Kč?

Kát'a vybetonuje kvádr z betonu o rozměrech 15 x 1,5 x 0,15 m.

$$\text{Objem kvádru: } V = abc = 15 \cdot 1,5 \cdot 0,15 \text{ m}^3 = 3,38 \text{ m}^3$$

$$\text{Cena betonu: } 3,38 \cdot 1650 = 5570 \text{ Kč.}$$

Př. 3: Urči hmotnost skla do výlohy obchodu. Výloha má rozměr 2,5 x 2 m, sklo má tloušťku 16 mm a hustotu $2,7 \text{ g/cm}^3$.

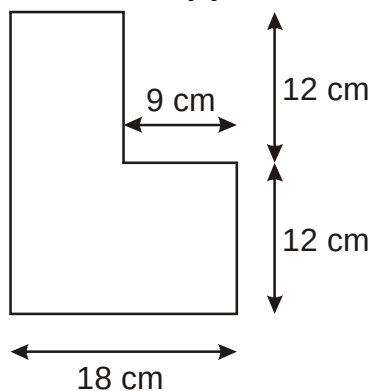
Sklo má tvar kvádru o rozměrech 2,5 m x 2 m x 16 mm. Převédeme všechny rozměry na cm (hustota je uvedena v cm^3): 250 x 200 x 1,6 cm

$$\text{Objem kvádru: } V = abc = 250 \cdot 200 \cdot 1,6 \text{ cm}^3 = 80\,000 \text{ cm}^3$$

$$\text{Hmotnost skla: } 80\,000 \cdot 2,7 \text{ g} = 216\,000 \text{ g} = 216 \text{ kg}.$$

Sklo do výlohy váží 216 kg.

Př. 4: Betonová dlaždice má tvar písmene L a výšku 4,5 cm. Rozměry jsou uvedeny na obrázku. Urči její hmotnost, hustota použitého betonu je 2400 kg/m^3 .



Podstava: dva obdélníky

- obdélník 12 x 18 cm: $S = ab = 12 \cdot 18 \text{ cm}^2 = 216 \text{ cm}^2$,
- obdélník 12 x 9 cm: $S = ab = 12 \cdot 9 \text{ cm}^2 = 108 \text{ cm}^2$

Obsah podstavy: $216 + 108 \text{ cm}^3 = 324 \text{ cm}^3$.

Objem dlaždice: $V = S_p \cdot v = 324 \cdot 4,5 \text{ cm}^3 = 1460 \text{ cm}^3 = 1,460 \text{ dm}^3 = 0,00146 \text{ m}^3$.

Hmotnost dlaždice: $m = V \cdot \rho = 0,00146 \cdot 2400 \text{ kg} = 3,5 \text{ kg}$

Př. 5: V rámci protipovodňových opatření byl vybudován ochranný násep o délce 2,5 km. Průřez náspu má tvar rovnoramenného lichoběžníku se spodní základnou 20 m a horní základnou 10 m. Vysoký je 5 m. Kolik m^3 materiálu se musel během stavby přemístit? Kolik plně naložených nákladních automobilů toto množství materiálu představuje.

Přemístěný materiál odpovídá objemu náspu.

Obsah podstavy: $S = \frac{(a+c)v}{2} = \frac{(20+10) \cdot 5}{2} \text{ m}^2 = 75 \text{ m}^2$.

Objem náspu: $V = S_p \cdot v = 75 \cdot 2500 \text{ m}^3 = 187\,500 \text{ m}^3$.

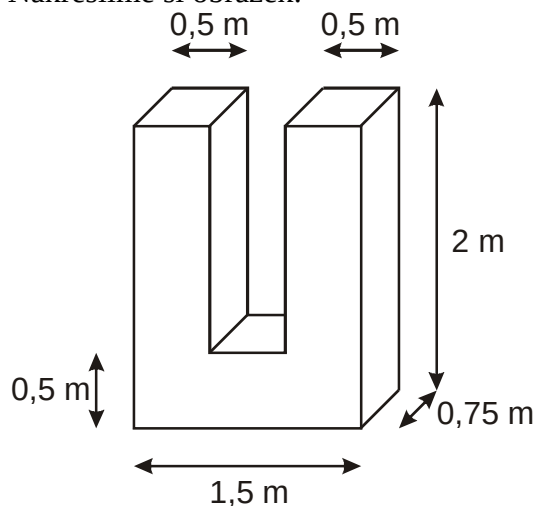
Objem korby typického nákladního auta 15 m^3 .

Počet plně naložených aut: $187\,500 : 15 = 12\,500$

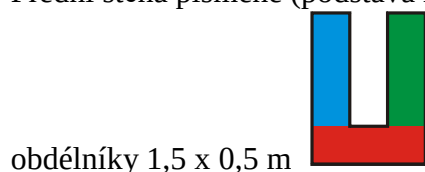
Během stavby se muselo přemístit $187\,500 \text{ m}^3$, což představuje 12 500 plně naložených nákladních aut.

Př. 6: V obci Úchylné je kruhový objezd vyzdoben monumentem ve tvaru poměděného digitálního písmene U. Písmeno je vysoké 2 m, široké 1,5 m a tlusté 0,75 m. Tloušťka čáry je ve všech místech 0,5 m. Jaký je objem monumentu? Kolik m^2 plechu bylo třeba na pomědění monumentu?

Nakreslíme si obrázek:



Přední stěna písmene (podstava hranolu) si můžeme rozložit například na tři shodné



$$\Rightarrow S = 3ab = 3 \cdot 1,5 \cdot 0,5 \text{ m}^2 = 2,25 \text{ m}^2.$$

$$\text{Objem písmene: } V = S_p \cdot v = 2,25 \cdot 0,75 \text{ m}^3 = 1,69 \text{ m}^3$$

Povrch:

- přední a zadní stěna: $S_1 = 2 \cdot 2,25 \text{ m}^2 = 4,5 \text{ m}^2$,
- vnější boční stěny: dva obdélníky $2 \times 0,75 \text{ m}$: $S_2 = 2 \cdot 2 \cdot 0,75 \text{ m}^2 = 3 \text{ m}^2$,
- vnitřní boční stěny: dva obdélníky $1,5 \times 0,75 \text{ m}$: $S_3 = 2 \cdot 1,5 \cdot 0,75 \text{ m}^2 = 2,25 \text{ m}^2$,
- vrchní plochy: tři obdélníky $0,75 \times 0,5 \text{ m}$: $S_4 = 3 \cdot 0,75 \cdot 0,5 \text{ m}^2 = 1,125 \text{ m}^2$.

$$S = 4,5 + 3 + 2,25 + 1,125 \text{ m}^2 = 10,875 \text{ m}^2 \doteq 10,9 \text{ m}^2$$

Monument má objem $1,69 \text{ m}^3$, na jeho poměření bude třeba $10,9 \text{ m}^2$.

Shrnutí: